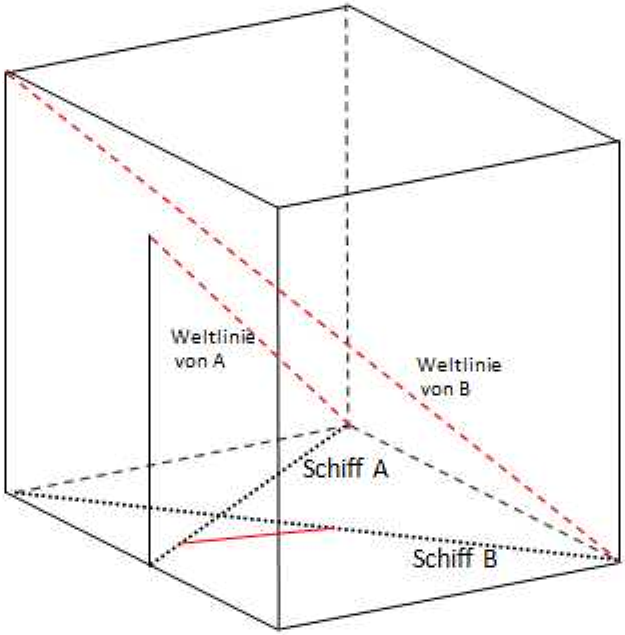
Anwendungsorientierte Aufgabe4 – Weltlinien | kürzeste Horizontale

AUFGABE: Der räumlich kürzeste Abstand zweier Schiffe ist zu ermitteln. Zwei Schiffe A und B fahren mit konstanten Geschwindigkeiten auf geradlinigen Kursen: Schiff A ist zum Zeitpunkt t=0 an der Position A0(-5/-5), acht Stunden später in A1(5/0). Zum Zeitpunkt t=0 befindet sich das Schiff B an der Stelle B0(-5/5) und neun Stunden später in B1(5/-5).

Welche Entfernung haben die beiden Schiffe 2 Stunden nach der Abfahrt?
Wann haben sie minimalen Abstand?



Ein Lösungsvorschlag soll hier mit Hilfe eines Weg-Zeitdiagramms aufgezeigt werden. Dazu zeichnet man in der xy-Ebene die beiden Schiffsrouten ein und trägt zu jedem Zeitpunkt die von t=0 verflossene Zeitdauer nach oben in z-Richtung auf. So entstehen die „Weltlinien" oder „Schicksalslinien" der Schiffe. Da ein geradliniger Kurs und eine konstante Geschwindigkeit vorliegen, sind die Weltlinien Geraden. Punkte mit gleicher z-Koordinate stellen gleichzeitige Weltpunkte dar.

Um nun die kürzesten Abstand zu einem bestimmten Zeitpunkt zu finden, ist die kürzeste Verbindung zweier solcher Gleichzeitigkeitspunkte zu finden – also eine horizontale Strecke, die beide Weltlinien schneidet.

Hinweis: Die Grenzen für die würfelförmige 3D Arbeitswelt könnte hier auf z= [0 bis 10] angehoben werden.

Lösungsidee: Projiziert man beide Weltlinien (etwa) in Richtung von der Weltlinie von B auf die horizontale Ebene z = 0, dann wird jede horizontale Verbindung unverzerrt abgebildet. Die Weltlinie von B wir dabei ein Punkt (nämlich B0 = pb), die Weltlinie von A eine Gerade pa durch A0. Die kürzeste Verbindung aus Bo an die Gerade pa wird wieder parallel zu b auf wa zurückprojiziert und liefert die gesuchte Position samt Zeitpunkt.